Universidad Simón Bolívar.
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas.

19 de junio de 2007.
Matemáticas III (MA–1116)

2^{do} Parcial. (30 %)
TIPO A2

Justifique todas sus respuestas.

1. (7 puntos) Halle los valores de la constante k para los cuales el vector $(3-k, 2, 2k)$ pertenece a
   $\text{gen}\{(1,2,1),(2,3,1)\} \subset \mathbb{R}^3$.

2. Considere el espacio vectorial $\mathbf{P}_3 = \{\, p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 : a_0, a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}\,\}$, con las operaciones usuales de suma y multiplicación por escalares reales. Sea:

$$H = \{p(x) \in \mathbf{P}_3 : \;\; p(2) = 0 \quad \text{y} \quad p'(2) = 0\}$$

   a) (3 puntos) ¿Es H un subespacio de $\mathbf{P}_3$?

   b) (3 puntos) Pruebe que $\Omega = \{(x-2)^2, (x-2)^3\}$ es un subconjunto de H.

   c) (3 puntos) ¿Es Ω linealmente independiente?

3. (7 puntos) Sea r la recta que pasa por los puntos $P = (1,0,1)$ y $Q = (0,2,3)$ y sea π el plano de ecuación $x + y + z = 8$. Si A es el punto intersección de la recta r con el plano π, halle una representación paramétrica de la recta que pasa por A y es perpendicular a π.

4. *a*) (4 puntos) Sea V un espacio vectorial y $\vec{0}$ el elemento neutro de V. Pruebe que si H es un subespacio de V, entonces $\vec{0} \in H$.

   b) (3 puntos) Si $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 6 & 5 & 7 & 8 \\ 6 & 1 & 3 & 8 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $\text{Adj}(A) = (c_{ij})$. Encuentre c_{13}.